

УДК: 332.14

ГИЧИЕВ НАБИЮЛА САПИЮЛАЕ-
ВИЧ

к.э.н., ведущий научный сотрудник, заведующий отделом теории и методологии регионального развития, Институт социально-экономических исследований ДФИЦ РАН, г. Махачкала, Россия, e-mail: nabi-05@mail.ru

DOI:10.26726/1812-7096-2022-3-62-66

АНАЛИЗ ДВУХФАКТОРНОЙ МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА НА ОСНОВЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ КОББА-ДУГЛАСА

Аннотация. Предмет/тема. Представлена количественная оценка экономического роста Республики Дагестан на основе двухфакторной производственной функции Кобба-Дугласа. **Цели/задачи.** Определение коэффициентов эластичности труда и капитала. Компаративный анализ расчетных и фактических значений валового регионального продукта. **Методология.** Исследование построено на методике эконометрического анализа с использованием производственной функции Кобба-Дугласа. **Результаты.** В ходе исследования разработана двухфакторная модель экономического роста, рассчитаны коэффициенты эластичности труда и капитала, проведена сравнительная оценка фактических и расчетных показателей валового регионального продукта республики Дагестан на временном отрезке 2010–2019 годов. **Выводы/значимость.** Полученные на основе производственной функции Кобба-Дугласа результаты могут быть востребованы в процессе обоснования стратегии экономического роста, определении направлений консолидации усилий финансовых и трудовых ресурсов, выработки сценариев и среднесрочных прогнозов роста экономики региона.

Ключевые слова: экономический рост, производственная функция Кобба-Дугласа, валовой региональный продукт, основные фонды, трудовые ресурсы, регион, эконометрическая модель.

GICHIEV NABIYULA SAPIYULAEVICH

Ph.D. in Economics, Leading Researcher, Head of the Department of Theory and Methodology of Regional Development, Institute of Socio-Economic Research of the Russian Academy of Sciences, Makhachkala, Russia, e-mail: nabi-05@mail.ru

ANALYSIS OF A TWO-FACTOR MODEL OF ECONOMIC GROWTH BASED ON THE COBB-DOUGLAS PRODUCTION FUNCTION

Abstract. Subject/topic. A quantitative assessment of the economic growth of the Republic of Dagestan based on the two-factor Cobb-Douglas production function is presented. **Goals/tasks.** Determination of labor and capital elasticity coefficients. Comparative analysis of calculated and actual values of gross regional product. **Methodology.** The study is based on the method of econometric analysis using the Cobb-Douglas production function. **Results.** In the course of the study, a two-factor model of economic growth was developed, the elasticity coefficients of labor and capital were calculated, and a comparative assessment of the actual and calculated indicators of the gross regional product of the Republic of Dagestan for the period 2010-2019 was carried out. **Conclusions/significance.** The results obtained on the basis of the Cobb-Douglas production function can be in demand in the process of substantiating the economic growth strategy, determining the directions of consolidation of financial and labor resources, developing scenarios and medium-term forecasts of economic growth in the region.

Keywords: economic growth, Cobb-Douglas production function, gross regional product, fixed

assets, labor resources, region, econometric model.

1. Введение.

В 1928 году Кобб и Дуглас ввели в экономическую теорию класс производственных функций функцию Кобба-Дугласа (КД), практикуемую экономистами с целью построения факторной модели роста. Функция Кобба-Дугласа является математическим представлением взаимосвязи труда и капитала, а также отношений между капиталом, трудом и выпуском. Сама функция была первоначально предложена Кнутом Викселем в качестве основы статистической процедуры оценки взаимосвязи между входными и выходными переменными, т. е. оценки параметров регрессии наименьших квадратов логарифма отношения выпуска к капиталу.

Недостатком функции Кобба-Дугласа является предположение о постоянной доле труда в выпуске, что может стать существенным ограничителем для конвергентной страны. Кроме того, эластичность выпуска, оцениваемая производственной функцией Кобба-Дугласа, является фиксированной константой, хорошо описывающей экономическую ситуацию лишь в развитых странах. В то же время фиксированная константа не применима для описания ситуации в развивающихся странах с изменяющимися факторами.

С целью преодоления этого недостатка Atrow и др. [1, pp. 225–250] предложили производственную функцию с постоянной эластичности замещения (CES), являющейся обобщением трех основных функций, которые использовались ранее: линейной функции, функция Леонтьева и функции CD, которая предполагает бесконечную, нулевую и единичную эластичность замещения (ES).

С целью разрешить разные степени взаимозаменяемости между входными переменными К. Sato [9, pp. 201–218] предложил подход вложенных CES-функций, которые оказались достаточно успешными в моделировании общего равновесия и эконометрических исследованиях из-за их алгебраической адаптивности.

Для нивелирования недостатков функции Кобба-Дугласа было также предложено несколько «гибких» производственных функций, таких как обобщенная функция Леонтьева (GL) [4, pp. 43–68] и трансцендентальная логарифмическая функция [2, pp. 28–45]. Это приближения второго порядка любого произвольного дважды дифференцируемых производственных функций [5, pp. 235–240]. Их преимущество состоит в том, что они не накладывают никаких ограничений на значение ES между различными парами входных переменных. Таким образом, функция Кобба-Дугласа представляет собой смелую попытку соединить современные статистические методы с теорией предельной производительности.

Отдельные аспекты региональной проблематики оценки экономического роста рассмотрены в научной публикации [10].

2. Литературный обзор.

Производственная функция Кобба-Дугласа (КД) [3, pp. 139–165] представляет собой математическое выражение, описывающее взаимосвязь между производственными факторами и максимальным выходом продукции [8, pp. 551–568].

$$Y_t = A_t L_t^\alpha K_t^\beta \quad (1)$$

где Y_t – реальный выпуск; A_t – технический уровень (акселератор); L_t^α – затраты труда в период t ; K_t^β – капитальные вложения в период t ; α и β представляют эластичность капитала и рабочей силы соответственно.

Прологарифмировав обе части уравнения (1), приходим к выражению следующего вида:

$$\ln Y_t = \ln A_t + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t, \quad t = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (2)$$

При условии постоянной отдачи от масштаба при совершенном рынке, конкуренции и максимизации прибыли эластичность выпуска капитала α и эластичность выпуска труда β равны

доле капитала и труда в стоимости продукции.

$$\alpha = \frac{r+K}{p+Y} \quad \beta = \frac{w+L}{p+Y} \quad (3),$$

где p , r и w представляют реальный выпуск, цену капитала и цену труда соответственно.

Фиксированная константа эластичности производственной функции Кобба-Дугласа в большей степени отражает экономическую ситуацию в развитых странах, но в развивающейся экономике с изменяющейся долей факторов производства лучше практиковать модель с изменяющейся во времени эластичностью производственной функции.

В этом случае формула имеет следующий вид:

$$Y_t = A_t L_t^{\alpha t} K_t^{\beta t} \quad (4)$$

Логарифмируя обе части (4), получаем уравнение следующего вида:

$$\ln Y_t = \sum_{i=1}^m \gamma_i Z_i + \alpha(t) \ln K_t + \beta(t) \ln L_t \quad (5)$$

где $t = 1, 2, \dots, n$.

Квантильная регрессия адаптирует метод оценки для реальной экономической действительности [J. Chen and J. Ding, «A Review of Technologies on Quantile Regression», *Statistics & Information Forum*. Vol. 23. No. 3. P. 89–96, 2008 (in Chinese), М.-О. Kim, «Quantile regression with varying coefficients», *The Annals of Statistics*, Vol.35, No.1, pp. 92-108, 2007]:

$$\ln Y_{tt} = \sum_{i=1}^m \gamma_{\tau_i} Z_i + \alpha_{\tau}(t) \ln K_t + \beta_{\tau}(t) \ln L_t \quad (6)$$

где $t = 1, 2, \dots, n$.

В нашей статье для оценки взаимосвязи независимых переменных с динамикой валового регионального продукта использована двухфакторная модель следующего вида:

$$Q = AL^{\alpha} K^{\beta} e^{\sigma t} \quad (7),$$

где Q , L и K представляют выпуск, труд и капитал соответственно, а $e^{\sigma t}$ включен для учета фактора тренда в исследованиях временных рядов.

3. Результаты исследования.

Анализ статистических данных по Республике Дагестан проведен на основе производственной функции Кобба-Дугласа следующего вида:

$$Y = AK^{\alpha} L^{\beta} \quad (8)$$

Исследование осуществлялось не на абсолютных, а на относительных показателях. В качестве K^{α} фактора фигурирует натуральный логарифм стоимости основных фондов, в качестве

ПЕРИОД	Ln (Y)	Ln (K)	Ln (L)	Y расч
2010	12,522	13,463	7,148	305829,480
2011	12,708	13,619	7,215	336041,938
2012	12,834	13,685	7,192	362885,997
2013	13,023	13,801	7,185	405456,404
2014	13,177	14,009	7,189	488822,986
2015	13,252	14,120	7,171	548565,873
2016	13,276	14,267	7,197	615549,025
2017	13,291	14,303	7,217	626344,608
2018	13,346	14,383	7,233	665676,273
2019	13,485	14,418	7,231	688432,272

Составлено по. [11].

Расчетная формула Кобба-Дугласа для Республики Дагестан имеет следующий вид:

$$Y=282,488 * K^{0.914} * L^{-0.745} \quad (9)$$

Как видно из расчетной формулы (9), наибольшее влияние на зависимую переменную (валовый региональный продукт) оказывает фактор (K) – уровень фондоворуженности, что с нашей точки зрения соответствует гипотезе о взаимосвязи технологической модернизации с уровнем производительности экономики.

На основе формулы (9) нами получены расчетные значения динамики валового регионального продукта Республики Дагестан для последующей компаративной оценки и сопоставления с фактическими темпами экономического роста. Графическая интерпретация расчетной и фактической динамики валового регионального продукта Республики Дагестан представлена

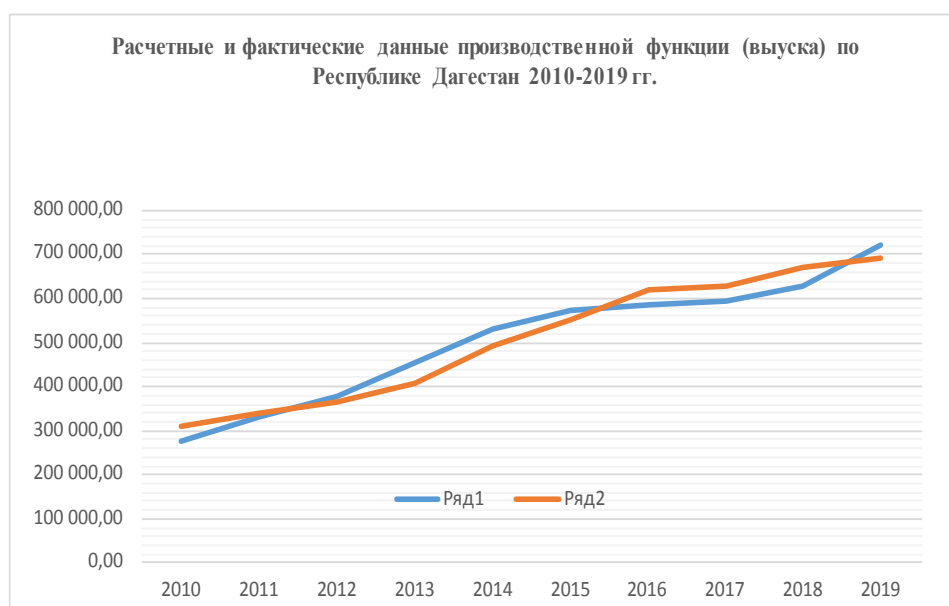


Рис. 1. График расчетных и фактических данных производственной функции Кобба-Дугласа для Республики Дагестан.

Примечание: ряд 1 – фактические значения, ряд 2 – расчетные значения.

На графике (1) видно, как на временном отрезке 2015–2020 годов фактическое значение валового регионального продукта меньше расчетных, что, с нашей точки зрения, отражает усилившееся негативное влияние фактора (L) – резкий рост уровня безработицы, снижение профессиональной квалификации трудовых ресурсов и инвестиций в основные производственные фонды, введение международных санкций.

4. Выводы.

Исследование показало, что функция Кобба-Дугласа является верифицируемым инструментом количественного анализа макроэкономического роста и оценки эластичности выпуска. Однако имеются определенные недостатки функции Кобба-Дугласа, связанные с предположением о постоянной доле труда в выпуске.

На основе двухфакторной производственной функции Кобба-Дугласа определены факторы наибольшего влияния на динамику экономического роста. В частности, определены коэффициенты эластичности капитала (K) и рабочей силы (L), согласно которым наибольшее влияние на зависимую переменную (валовый региональный продукт) оказывает фактор (K) – уровень фондоворуженности.

Графическая интерпретация динамики роста валового регионального продукта показывает период снижения фактических значений валового регионального продукта относительно расчетных, отражающее рост уровня безработицы, снижение профессиональной квалификации

Литература

1. Arrow, K. J., Chenery, H. B., Minhas, B. S., Solow, R. M., 1961. *Capital-Labor Substitution and Economic-Efficiency. Review of Economics and Statistics* 43 (3), 225–250.
2. Christensen L. R., Jorgenson, D. W., Lau, L. J., 1973. *Transcendental Logarithmic Production Frontiers. The Review of Economics and Statistics* 55 (1), 28–45.
3. Cobb C. W., Douglas, P. H., 1928. *A Theory of Production. The American Economic Review* 18 (1), 139–165.
4. Diewert W. E., Wales T. J., 1987. *Flexible Functional Forms and Global Curvature Conditions. Econometrica* 55 (1), 43–68.
5. Grant J. H., 1993. *The translog approximate function: Substitution among inputs in manufacturing evaluated at sample means. Economics Letters* 41 (3), 235–240.
6. Hicks, J., 1932. *The Theory of Wages. (2nd, 1963 ed.) New-York.*
7. Jorgenson, D. W., 1998. *Growth, Volume 1: Econometric General Equilibrium Modeling. (1 ed.) (vols. 0262100738) The MIT Press.*
8. S. Zhang and B. Xu, «Production Functions with Time-Varying Elasticities and Under the Catch-up Consensus: Total Factor Productivity», *China Economic Quarterly. Vol. 8. No. 2. P. 551–568, 2009 (in Chinese).*
9. Sato K., 1967. *A Two-Level Constant-Elasticity-of-Substitution Production Function. The Re-view of Economic Studies* 34 (2), 201–218.
10. Гичиев Н. С. *Новый этап экономического роста: региональные сценарии, прогнозы, модели / Н. С. Гичиев. – Москва: Перо, 2017. – 267 с.*
11. *Статистические сборники. Регионы России. Социально-экономические показатели – 2020 г. [Электронный ресурс]. [Режим доступа]: https://gks.ru/bgd/regl/b20_14p/Main.htm, свободный. – Загл. с экрана.*

References:

1. Arrow, K. J., Chenery, H. B., Minhas, B. S., Solow, R. M., 1961. *Capital-Labor Substitution and Economic-Efficiency. Review of Economics and Statistics* 43 (3), 225–250.
2. Christensen L. R., Jorgenson, D. W., Lau, L. J., 1973. *Transcendental Logarithmic Production Frontiers. The Review of Economics and Statistics* 55 (1), 28–45.
3. Cobb C. W., Douglas, P. H., 1928. *A Theory of Production. The American Economic Review* 18 (1), 139–165.
4. Diewert W. E., Wales T. J., 1987. *Flexible Functional Forms and Global Curvature Conditions. Econometrica* 55 (1), 43–68.
5. Grant J. H., 1993. *The translog approximate function: Substitution among inputs in manufacturing evaluated at sample means. Economics Letters* 41 (3), 235–240.
6. Hicks, J., 1932. *The Theory of Wages. (2nd, 1963 ed.) New-York.*
7. Jorgenson, D. W., 1998. *Growth, Volume 1: Econometric General Equilibrium Modeling. (1 ed.) (vols. 0262100738) The MIT Press.*
8. S. Zhang and B. Xu, «Production Functions with Time-Varying Elasticities and Under the Catch-up Consensus: Total Factor Productivity», *China Economic Quarterly. Vol. 8. No. 2. P. 551–568, 2009 (in Chinese).*
9. Sato K., 1967. *A Two-Level Constant-Elasticity-of-Substitution Production Function. The Re-view of Economic Studies* 34 (2), 201–218.
10. Gichiev N. S. *Novyj etap ekonomicheskogo rosta: regional'nye scenarii, prognozy, modeli / N. S. Gichiev. – Moskva: Pero, 2017. – 267 s.*
11. *Statisticheskie sborniki. Regiony Rossii. Social'no-ekonomicheskie pokazateli – 2020 g. [Elektronnyj resurs]. [Rezhim dostupa]: https://gks.ru/bgd/regl/b20_14p/Main.htm, svobodnyj. – Zagl. s ekrana.*